УДК 528.4

І. ТРЕВОГО¹, Д. КУХТАР², Є. ІЛЬКІВ², М. ГАЛЯРНИК²¹ Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна² Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, Івано-Франківськ, 76019, Україна, e-mail: evgen_ilkiv@ukr.net

АНАЛІЗ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТЕРИТОРІЙ ПУНКТАМИ ДЕРЖАВНОЇ ГЕОДЕЗИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Мета роботи – дослідити можливості використання геопросторового аналізу з метою оцінювання стану геодезичного забезпечення територій для картографування різних масштабів на прикладі Івано-Франківської області. **Методика.** Для досліджень використано методи геопросторового аналізу, зокрема зонування території за допомогою буферних полігонів, а також застосування гексагональної сітки. **Результати.** Запропоновано алгоритм оцінювання стану геодезичного забезпечення територій із застосуванням методу буферних зон і методу гексагональних полігонів. Виконано порівняння методів і подано графічні схеми обох методів. Аналіз результатів дав змогу встановити, що стан геодезичного забезпечення територій досліджуваних районів варіює у широких межах. Для картографування у масштабах 1:10000 та 1:25000 геодезичне забезпечення коливається у межах 65–92 %, залежно від району. Найвищі показники у Богородчанському районі, найнижчі – у Городенківському. Відсоткова забезпеченість територій знижується для більших масштабів 1:5000 та 1:2000. Картографування у таких масштабах потребує додаткового згущення мережі. Метод гексагональних полігонів у середньому показав кращі на 6,4 % результати, ніж метод буферних зон. Максимальна різниця забезпечення, обчисленого двома методами, 9,7 %; мінімальна – 2,4 %. **Наукова новизна та практична значущість.** Дослідження забезпечення пунктами ДГМ за допомогою геопросторового аналізу (на прикладі Івано-Франківської області) засвідчило доцільність його використання для вказаних цілей. Порівняння методів геопросторового аналізу для оцінювання стану геодезичного забезпечення на основі графічних матеріалів і кількісних характеристик показало, що кращі результати можна отримати у разі використання методу гексагональних полігонів. Метод буферних зон дає менш достовірні результати. Запропонований і досліджений підхід можна використати для вивчення забезпеченості пунктами Державної геодезичної мережі як всієї території України, так і територій окремих ОТГ, районів та областей.

Ключові слова: геодезичне забезпечення; ГІС; Державна геодезична мережа; гексагональні полігони.

Вступ

Для якісного виконання топографо-геодезичних робіт важливе значення має забезпечення території пунктами ДГМ (SGN) (Державна геодезична мережа України (State geodetic network)) [Нестеренко С. В., Рукас Т. В., Лейко О. В., 2018; Романко Р., Соколова Д., 2018; Тревого І., 2019].

Для надійного функціонування ДГМ необхідне постійне обстеження й оновлення її пунктів відповідно до нормативного документа [Порядок, 2014]. Це потрібно для їх збереження на місцевості та підтримання в належному стані [Тревого І. С., Ільків Є. Ю., Галярник М. В., 2012; Тревого І. С., Ільків Є. Ю., Галярник М. В., 2017].

Необхідність виконання значних обсягів топографо-геодезичних робіт для оновлення топографічних карт уповільнює їх актуалізацію. Це спонукає до вибіркового оновлення лише окремих найважливіших елементів географічної основи карти [Попович Н. В., 2019]. Другим шляхом виходу з цієї ситуації є використання

продуктивніших методів отримання альтернативних геопросторових даних (ортофотокарти, ортофотоплани тощо) [Harwin S., Lucieer A., 2012; Vaaja, M., Нуурпää, J., Kukko, A., Kaartinen, H., Нуурпää, H., Alho, P., 2011]. Новітні методи також є суттєво дешевшими.

Топогеодезичне забезпечення є також невід’ємною складовою геоінформаційного забезпечення ЗС України. Також ДГМ може виконувати надважливу роль у випадку військових дій, якщо противник виведе з ладу систему GNSS на певній території [Зубков В. П., 2020; Головльов Е. Ю., Фурманов К. В., Казмірчук Р. В., 2009].

У зв’язку з цим виникає необхідність одержання інформації щодо забезпечення територій пунктами ДГМ.

Мета

Дослідити можливості використання методів геопросторового аналізу щодо забезпечення ДГМ для виконання картографування різних масштабів на прикладі Івано-Франківської області.

Методика

Для досліджень використано методи геопросторового аналізу, зокрема зонування території за допомогою буферних полігонів, а також застосування гексагональної сітки.

Результати

Картографічну основу для досліджень створено у вигляді полігонів – адміністративних районів (до реформування). Необхідні дані завантажено з геоportалу “Адміністративно-територіальний устрій”.

Створені полігони містять також території суміжних районів, оскільки розташовані в них геодезичні пункти опосередковано впливають на можливість геодезичного забезпечення досліджуваного району. Значення географічних координат пунктів отримано з геоportалу “Державна геодезична мережа України”.

Для досліджень вибрано чотири райони Івано-Франківської області: Рогатинський, Богородчанський, Галицький та Городенківський.

Спочатку розглянемо топографо-геодезичне забезпечення **Рогатинського району**. За даними Геоportалу ДГМ, на території цього району розташовані: 2 пункти 1 класу, 8 пунктів 2 класу, 25 пунктів 3 класу і 15 пунктів 4 класу. Загалом 50 пунктів ДГМ та мереж згущення. 3 урахуванням сусідніх пунктів (рис. 1) їх 100.

Розглянемо топографо-геодезичне забезпечення **Богородчанського району**. За даними Геоportалу ДГМ, на території цього району розташовані: 1 пункт першого класу, 5 пунктів другого класу, 17 пунктів третього класу, 16 пунктів четвертого класу. Загалом 39 пунктів ДГМ та мереж згущення і 100 пунктів із урахуванням сусідніх пунктів (рис. 2).

За даними Геоportалу ДГМ, на території **Галицького району** розташовані: 5 пунктів другого класу, 12 пунктів третього класу, 3 пункти четвертого класу.

Загалом 20 пунктів ДГМ та мереж згущення і 86 пунктів із урахуванням сусідніх пунктів (рис. 3).

За даними Геоportалу ДГМ, на території **Городенківського району** розташовані: 1 пункт першого класу, 11 пунктів другого класу, 9 пунктів третього класу, 3 пункти четвертого класу. Загалом 24 пункти державної геодезичної мережі та мереж згущення і 59 пунктів із урахуванням сусідніх пунктів (рис. 4).

Спочатку для досліджень можливостей використання методів геопросторового аналізу щодо забезпечення ДГМ для виконання картографування різних масштабів застосовано **метод буферних зон**.

Для реалізації методу буферних зон густоту геодезичних пунктів розглядаємо як кола (буферні зони), створені довкола пунктів ДГМ (рис. 5).

Визначення площі таких кіл виконано відповідно до нормативних вимог [Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500, 1999]. Для геодезичного забезпечення топографічного

знімання встановлено такі норми пунктів та реперів ДГМ:

– для знімання у масштабі 1:25000 і 1:10000 – один пункт на 30 км² і один репер на трапецію масштабу 1:10000;

– для знімання у масштабі 1:5000 – один пункт на 20 – 30 км² і один репер на 10–15 км²;

– для знімання у масштабі 1:2000 і більше – один пункт на 5–15 км² і один репер на 5–7 км²;

– на забудованих територіях щільність пунктів ДГМ повинна бути не меншою ніж один пункт на 5 км².

Відповідно до наведених вимог щодо забезпечення пунктами ДГМ різних масштабів визначено відповідні радіуси, наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Значення радіусів кіл для топографічних карт і планів відповідного масштабного ряду

Масштаб	Площа S, км ²	Радіус R, км
1:10 000 – 1:25 000	30	3,090
1:5 000	20	2,523
1: 2 000	15	2,185

Від пунктів ДГМ нанесено визначені радіуси, наведені в табл. 1. Одержані буфери згруповано та вилучено відносно адміністративної межі досліджуваного району. На рис. 6 подано схеми реалізації методу буферних зон для оцінювання геодезичного забезпечення для картографування у масштабах 1:10000–1:25000 (площі кіл – буферних зон становлять 30 км²). Аналогічні розрахунки та схеми виконано для оцінювання забезпечення створення карт масштабів 1:5000 (площі кіл – буферних зон становлять 20 км²), 1:2000 (площі кіл – буферних зон становлять 15 км²) (табл. 1). На схематичному зображенні можна побачити розриви – білі плями, тобто місця, котрі не вкриті кругами відповідних радіусів. Це означає, що топографічні карти (плани) на задану територію неможливо створити без порушень нормативних вимог.

Для досліджень використано **метод гексагональних полігонів**.

Застосування гексагонів передбачає побудову сітки правильних шестикутників за елементами розрахованих значень сторони та радіуса (рис. 7).

Ця фігура має переваги для проектування [Романко Р., Соколова Д., 2018; Birch, Colin P.D., Oom, Sander P., Beecham, Jonathan A., 2007], оскільки:

– всі сторони гексагона рівновіддалені;

– всі кути гексагона рівні 120°;

– гексагони вкривають площу без розривів та накладень.

Знаючи нормативно встановлені значення площі для кожного із масштабів, розрахуємо розміри елементів

побудови гексагонів для різних масштабів. Якщо відомий радіус R кола, описаного довкола правильного шестикутника, то сторона a має таке саме значення, як і радіус. Якщо відомий радіус r вписаного в шестикутник кола, то сторону a обчислюють за формулою

$$a = \frac{2r}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

Розраховані значення елементів внесено до табл. 2.

Із використанням операції просторового накладання виявлено полігони, які містять пункт ДГМ, для наочності їх відображено заливкою (рис. 8). Вважаємо, що якщо на полігоні наявний пункт, то його вплив цілковито поширюється на всю площу.

Варто зауважити, що недоліком побудови сітки гексагональних полігонів є близьке розташування пунктів ДГМ, однак цього не спостерігається у разі великих масштабів (1:5000, 1:2000). На рис. 9 подано схеми реалізації методу гексагональних полігонів для оцінювання геодезичного забезпечення у разі

картографування у масштабах 1:10000–1:25000 (площі шестикутників становлять 30 км²). Аналогічні розрахунки та схеми виконано, щоб оцінити забезпечення створення карт масштабів 1:5000 (площі шестикутників становлять 20 км²), 1:2000 (площі шестикутників 15 км²) (табл. 2). За розробленими схемами визначено території, які не забезпечені топографо-геодезичною основою для різних масштабів відповідно до нормативних документів.

Таблиця 2

**Значення елементів гексагонів
для топографічних карт
і планів відповідного масштабного ряду**

Масштаб	Площа S, км ²	Сторона a, км	Радіус r, км
1:10 000 – 1:25 000	30	3,398	2,943
1:5 000	20	2,774	2,402
1: 2 000	15	2,402	2,081

Рис. 1. Пункти ДГМ на території Рогатинського району

Fig. 1. SGN points on the territory of Rohatyn district

Рис. 2. Пункти ДГМ на території Богородчанського району

Fig. 2. SGN points on the territory of Bohorodchany district

Рис. 3. Пункти ДГМ на території Галицького району

Fig. 3. SGN points on the territory of Halych district

Рис. 4. Пункти ДГМ на території Городенківського району

Fig. 4. SGN points on the territory of Horodnitsky district

Рис. 5. Приклад реалізації методу буферних зон

Fig. 5. An example of the implementation of the method of buffer zones

Рис. 6. Схема оцінювання геодезичного забезпечення територій методом буферних зон:
а – Рогатинський район; б – Богородчанський район; в – Галицький район; г – Городенківський район

Fig. 6. Scheme of assessment of geodetic support of territories by the method of buffer zones:
а – Rohatyn district; б – Bohorodchany district; в – Galician district; г – Horodenka district

Рис. 7. Елементи гексагона:
 R – радіус; a – сторона;
 r – радіус вписаного кола; O – центр

Fig. 7. Elements of the hexagon:
 R – radius; a – side; r – is the radius
of the inscribed circle; O – center

Рис. 8. Приклад побудови сітки гексагональних полігонів
Fig. 8. An example of constructing a grid of hexagonal polygons

Рис. 9. Схема оцінювання геодезичного забезпечення територій методом гексагональних полігонів:
а – Рогатинський район; б – Богородчанський район; в – Галицький район

Fig. 9. Scheme of assessment of geodetic support of territories by the method of hexagonal polygons:
а – Rohatyn district; б – Bohorodchany district; в – Galician district

Аналіз результатів

Наведемо площі територій районів, що забезпечені пунктами ДГМ відповідно до вимог нормативних документів із використанням методів буферних зон та гексагональних полігонів (табл. 3).

Інформацію табл. 3 подано у відсотковому відношенні в табл. 4.

Аналіз результатів, наведених у табл. 3 та 4, дав змогу встановити, що стан геодезичного забезпечення територій досліджуваних районів варіює у широких межах. Для картографування у масштабах 1:10000 та 1:25000 геодезичне забезпечення коливається у межах 65–92 %, залежно від району. Найвищі показники у Богородчанському районі, найнижчі – у Городенківському.

Відсоткова забезпеченість знижується для більших масштабів 1:5000 та 1:2000. Картографування у таких масштабах потребує додаткового згущення мережі.

Застосування методу гексагональних полігонів для таких розрахунків вважається перспективнішим [Sahr K., 2011; Faille F., Petrou M., 2010]. Це підтверджують і результати проведених досліджень. Метод гексагональних полігонів у середньому показав кращі на 6,4 % результати. Максимальна різниця забезпечення, обчисленою за двома методами, – 9,7 %; мінімальна – 2,4 %.

Таблиця 3

Площі територій районів, забезпечені належною геодезичною основою для картографування

Назва району / Площа	Метод буферних зон	Метод гексагональних полігонів
Масштаб картографування 1:10 000 – 1:25 000 (1 пункт на 30 км²)		
Рогатинський (814,5 км ²)	677,2	696,2
Богородчанський (820,0 км ²)	688,7	750,9
Галицький (716,4 км ²)	471,8	536,4
Городенківський (750,5 км ²)	517,1	540,5
Масштаб картографування 1:5 000 (1 пункт на 20 км²)		
Рогатинський (814,5 км ²)	562,1	595,5
Богородчанський (820,0 км ²)	561,5	621,5
Галицький (716,4 км ²)	340,2	384,7
Городенківський (750,5 км ²)	381,4	453,8
Масштаб картографування 1:2 000 (1 пункт на 15 км²)		
Рогатинський (814,5 км ²)	485,0	536,6
Богородчанський (820,0 км ²)	471,0	534,2
Галицький (716,4 км ²)	261,5	329,8
Городенківський (750,5 км ²)	296,2	321,6

Таблиця 4

Геодезичне забезпечення території районів для картографування відповідних масштабів

Назва району / Площа	Метод буферних зон, %	Метод гексагональних полігонів, %	Різниця Δ , отримана з двох методів, %
Масштаб картографування 1:10 000 – 1:25 000 (1 пункт на 30 км²)			
Рогатинський (814,5 км ²)	83,1	85,5	2,4
Богородчанський (820,0 км ²)	84,0	91,6	7,6
Галицький (716,4 км ²)	65,8	74,9	9,1
Городенківський (750,5 км ²)	68,9	72,0	3,1
Масштаб картографування 1:5 000 (1 пункт на 20 км²)			
Рогатинський (814,5 км ²)	69,0	73,1	4,1
Богородчанський (820,0 км ²)	68,5	75,8	7,3
Галицький (716,4 км ²)	47,5	53,7	6,2
Городенківський (750,5 км ²)	50,8	60,5	9,7
Масштаб картографування 1:2 000 (1 пункт на 15 км²)			
Рогатинський (814,5 км ²)	59,5	65,9	6,4
Богородчанський (820,0 км ²)	57,4	65,1	7,7
Галицький (716,4 км ²)	36,5	46,0	9,5
Городенківський (750,5 км ²)	39,5	42,8	3,3
		$\Delta_{\min}$	2,4
		$\Delta_{\max}$	9,7
		$\Delta_{\text{сер.}}$	6,4

Висновки

Визначення забезпечення пунктами ДГМ, виконане за допомогою геопросторового аналізу на прикладі Івано-Франківської, засвідчило доцільність

його використання для вказаних цілей. Проведений порівняльний аналіз методів геопросторового аналізу для оцінювання стану геодезичного забезпечення на основі графічних матеріалів і кількісних характе-

ристик показав, що кращі результати дає використання методу гексагональних полігонів. Встановлено, що метод буферних зон дає менш достовірні результати.

Вважаємо, що методи геопросторового аналізу, а саме гексагональної сітки, доцільно використовувати для визначення забезпеченості пунктами ДГМ як всієї України, так і територій окремих ОТГ, районів та областей.

Література

- Головльов Е. Ю., Фурманов К. В., Казмірчук Р. В. (2009). До питання вибору раціонального складу системи топогеодезичного і навігаційного забезпечення військ (сил) при впровадженні геоінформаційної системи у Збройних силах України. *Системи озброєння і військова техніка. Військово-технічні проблеми*. Київ, № 4 (20), 37–40.
- Зубков В. П. Топогеодезичне забезпечення як складова інформаційного забезпечення сил оборони України. URL: <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2020-0/116-121>.
- Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. Київ: ГУГК і К, 1999.
- Нестеренко С. В., Рукас Т. В., Лейко О. В. (2018). Наявність і фізичний стан пунктів ДГМ в Полтавській області та інших областях України. *Молодий вчений*, № 11 (63).
- Попович Н. В. (2019). Картографічне забезпечення регіональних стратегій розвитку територій (на прикладі Харківської області): автореф. дис. ... канд. геогр. наук: 11.00.12. Київ, 22 с.
- Порядок обстеження та оновлення пунктів державної геодезичної мережі України. Головне управління геодезії, картографії та кадастру України. Міністерство аграрної політики та продовольства України. Наказ № 435 від 03.11.2014. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1467-14#Text>
- Романко Р., Соколова Д. (2018). Застосування гексагональних полігонів для оцінки геодезичного забезпечення територій Первомайського району. *Міжнародна наукова конференція молодих вчених "Geoterrace-2018"*, Львів, 144–147.
- Тревого І., Ільків Є., Галярник М. (2019). Аналіз сучасного стану ДГМ України. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів: Видавництво Львівської політехніки, № 2(38), С. 54–60.
- Тревого І. С., Ільків Є. Ю., Галярник М. В. (2017). Моніторинг геодезичних пунктів: монографія. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 214 с.
- Тревого І. С., Ільків Є. Ю., Галярник М. В. (2012). Про необхідність визначення висотного елемента місцезнаходження геодезичних пунктів. *Вісник геодезії та картографії*, No. 3(78), С. 4–6.
- Birch Colin P. D., Oom Sander P., and Beecham Jonathan A. (2007). Rectangular and hexagonal grids used for observation, experiment, and simulation in ecology. *Ecological Modelling*, Vol. 206, No. 3–4, 347–359.
- Faillie F. and Petrou M. (2010). Invariant image reconstruction from irregular samples and hexagonal grid splines. *Image and Vision Computing*, 28(8): 1173–1183.
- Harwin S., Lucieer A. (2011). Assessing the Accuracy of Georeferenced Point Clouds Produced via Multi-View Stereopsis from Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Imagery. *Remote Sensing*, vol. 4, 2012, 1573–1599.
- Sahr K. (2011). Hexagonal discrete global grid systems for geospatial computing, *Archives of Photogrammetry, Cartography and Remote Sensing*, Vol. 22, 363–376.
- Vaaja M., Hyypä J., Kukko A., Kaartinen H., Hyypä H., Alho, P. Mapping topography changes and elevation accuracies using a mobile laser scanner. *Remote Sensing*, Vol. 3, 587–600.

I. TREVOHO¹, D. KUKHTAR², E. ILKIV², M. GALYARNYK²

¹ Lviv Polytechnic National University, 12, S. Bandery str., Lviv, 79013, Ukraine

² Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15, Karpatska str., Ivano-Frankivsk, 76019, Ukraine, e-mail: evgen_ilkiv@ukr.net

ANALYSIS OF SECURING TERRITORIES WITH STATES OF THE STATE GEODESIC NETWORK

The purpose of the work is to investigate the possibilities of using geospatial analysis to assess the state of geodetic support of territories for mapping of different scales, on the example of Ivano-Frankivsk region. **Method.** Methods of geospatial analysis, in particular zoning of the territory by means of buffer polygons, and also application of a hexagonal grid are used for researches. **Results.** An algorithm for estimating the state of

geodetic support of territories using the method of buffer zones and the method of hexagonal polygons is presented. A comparison of methods is performed and graphical schemes of both methods are presented. The analysis of the results allowed to establish that the state of geodetic support of the territories of the studied areas varies widely. For mapping on a scale of 1:10000 and 1:25000, geodetic support varies between 65–92 %, depending on the area. Bogorodchany district has the highest indicators, Horodenkivsky district has the lowest. The percentage of territories is reduced for larger scales of 1:5000 and 1:2000. Mapping on such a scale requires additional network thickening. The method of hexagonal polygons on average showed better results by 6.4 % than the method of buffer zones. The maximum difference between the calculated collateral obtained from the two methods is 9.7 %; the minimum is 2.4 %. Scientific novelty and practical significance. The analysis of the provision of SGN points using geospatial analysis, on the example of Ivano-Frankivsk region, showed the feasibility of its use for these purposes. A comparative analysis of geospatial analysis methods to assess the state of geodetic support based on graphical materials and quantitative characteristics showed that the best results can be obtained using the method of hexagonal polygons. Using the method of buffer zones gives less reliable results. **The proposed and researched approach** can be used to study the provision of points of the State Geodetic Network for the whole territory of Ukraine, as well as for the territories of individual OTGs, districts and regions.

Key words: geodetic support; GIS; State Geodetic Network; hexagonal polygons.

References

- Holovlov E. Yu., Furmanov K. V., Kazmirchuk R. V. (2009). Do pytannia vyboru ratsionalnogo skladu systemy topoheodezychnoho i navihatsiinoho zabezpechennia viisk (syl) pry vprovadzhenni heoinformatsiinoyi systemy u Zbroinykh Sylakh Ukrainy. *Systemy ozbroiennia i viiskova tekhnika. Viiskovo-tekhichni problemy*. Kyiv, No. 4 (20), 37–40.
- Zubkov V. P. Topoheodezychne zabezpechennia yak skladova informatsiinoho zabezpechennia Syl oborony Ukrainy. <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2020-0/116-121>.
- Instruktsiia z topohrafichnogo znimannia u masshtabakh 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. Kyiv: HUHk i K, 1999.
- Nesterenko S. V., Rukas T. V., Leiko O. V. (2018). Naiavnist i fizychnyi stan punktiv DHM v Poltavskii oblasti ta inshykh oblastiakh Ukrainy. *Molodyi vchenyi*, No. 11 (63).
- Popovych N. V. (2019). Kartohrafichne zabezpechennia rehionalnykh stratehii rozvytku terytorii (na prykladi Kharkivskoi oblasti): avtoref. dys. ... kand. heohr. nauk: 11.00.12. Kyiv, 22 s.
- Poriadok obstezhennia ta onovlennia punktiv derzhavnoi heodezychnoi merezhi Ukrainy. Holovne upravlinnia heodezii, kartohrafii ta kadastru Ukrainy. Ministerstvo aharnoi polityky ta prodovolstva Ukrainy. Nakaz No. 435 vid 03.11.2014. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1467-14#Text>
- Romanko R., Sokolova D. (2018). Zastosuvannia heksahonalnykh polihoniv dlia otsinky heodezychnoho zabezpechennia terytorii Pervomaiskoho raionu. *Mizhnarodna naukova konferentsiia molodykh vchenykh "Geoterrace-2018"*, Lviv, 144–147.
- Trevoho I., Ilkiv Ye., Haliarnyk M. (2019). Analiz suchasnoho stanu DHM Ukrainy. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva*. Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniki, No. 2(38), 54–60.
- Trevoho I. S., Ilkiv Ye. Yu., Haliarnyk M. V. (2017). Monitorynh heodezychnykh punktiv: monohrafiia. Ivano-Frankivsk: IFNTUNH, 214 s.
- Trevoho I. S., Ilkiv Ye. Yu., Haliarnyk M. V. (2012). Pro neobkhdnist vyznachennia vysotnoho elementa mistseznakhodzhennia heodezychnykh punktiv. *Visnyk heodezii ta kartohrafii*, No. 3(78), 4–6.
- Birch Colin P. D., Oom Sander P., and Beecham Jonathan A. (2007). Rectangular and hexagonal grids used for observation, experiment, and simulation in ecology. *Ecological Modelling*, Vol. 206, No. 3–4, 347–359.
- Faille F. and Petrou M. (2010). Invariant image reconstruction from irregular samples and hexagonal grid splines. *Image and Vision Computing*, 28(8): 1173–1183.
- Harwin S., Lucieer A. (2012). Assessing the Accuracy of Georeferenced Point Clouds Produced via Multi-View Stereopsis from Unmanned Aerial Vehicle (UAV). *Imagery. Remote Sensing*, Vol. 4, 1573–1599.
- Sahr K. (2011). Hexagonal discrete global grid systems for geospatial computing. *Archives of Photogrammetry, Cartography and Remote Sensing*, Vol. 22, 363–376.
- Vaaja M., Hyypä J., Kukko A., Kaartinen H., Hyypä H., Alho P. (2011). Mapping topography changes and elevation accuracies using a mobile laser scanner. *Remote Sensing*, Vol. 3, 587–600.